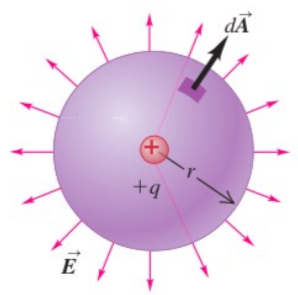
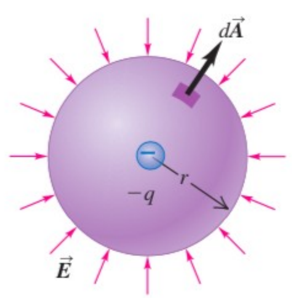
22.14 Superficies gaussianas esféricas alrededor de a) una carga puntual positiva y b) una carga puntual negativa.

a) Superficie gaussiana alrededor de una carga positiva: flujo positivo (saliente)



b) Superficie gaussiana alrededor de una carga negativa: flujo negativo (entrante)



dirección que $d\vec{A}$, $\phi = 0$, y $E_\perp$ es igual a la magnitud del campo $E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$. Como E es igual en todos los puntos de la superficie, es válido sacarlo de la integral en la ecuación (22.9), de manera que la integral que queda es $\int dA = A = 4\pi r^2$, que es el área de la esfera. Así, la ecuación (22.9) se convierte en

$$\Phi_E = \oint E_\perp \, dA = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \, dA = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint dA = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \, 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

La carga Q_{enc} encerrada sólo es la carga $+q$, lo que concuerda con la ley de Gauss. Si la superficie gaussiana encerrara una carga puntual *negativa*, como en la figura 22.14b, entonces $\vec{E}$ apuntaría *hacia el interior* de la superficie en cada punto en la dirección opuesta a $d\vec{A}$. Así, $\phi = 180°$ y $E_\perp$ es igual al negativo de la magnitud del campo: $E_\perp = -E = -|-q|/4\pi\epsilon_0 r^2 = -q/4\pi\epsilon_0 r^2$. De esta forma, la ecuación (22.9) se convierte en

$$\Phi_E = \oint E_\perp \, dA = \oint \left(\frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) dA = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint dA = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{-q}{\epsilon_0}$$

Esto de nuevo concuerda con la ley de Gauss porque la carga encerrada en la figura 22.14b es $Q_{enc} = -q$.

En las ecuaciones (22.8) y (22.9), Q_{enc} siempre es la suma algebraica de todas las cargas positivas y negativas encerradas por la superficie gaussiana, y $\vec{E}$ es el campo *total* en cada punto de la superficie. Note también que, en general, este campo es causado parcialmente por cargas dentro de la superficie y parcialmente por cargas afuera de ésta. Pero como muestra la figura 22.13, las cargas en el exterior *no* contribuyen al flujo total (neto) a través de la superficie. Por lo tanto, las ecuaciones (22.8) y (22.9) son correctas aun cuando haya cargas afuera de la superficie que contribuyan al campo eléctrico en esta última. Cuando $Q_{enc} = 0$, el flujo total a través de la superficie gaussiana debe ser igual a cero, aunque ciertas áreas tengan flujo positivo y otras flujo negativo (véase la figura 22.3b).